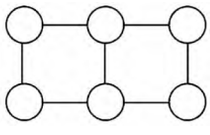
一道思考题的教学实践与思考

◇陆军芳

浙教版小学《数学》教材中常常有一些思考性的问题，它们与基础知识、基本技能的联系是间接的、概括的，思维的方向是灵活的。一方面，教师感到这些题对于激发学生的学习兴趣，培养学生的探索精神和创造性解决问题的能力有作用，另一方面又往往感到题目有挑战性，开放度很大，学生思维层次参差不齐，指导上有难度。所以经常采取的方法一是回避，仅作为弹性作业，课上不加以引导，由学生自由发展；二是下硬功夫，反复讲、练，直到人人背出答案。无论哪种，都不是笔者心目中理想的教学。这样的题目要不要讲？为什么而讲？怎么去讲？最近笔者在一年级进行了一道思考题的教学尝试，自感有一些认识可以和同行们分享。

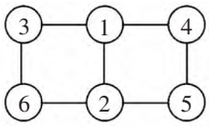
[问题]

把 1~6 六个数分别填在下面图形 ◯ 内，使每个正方形上四个数的和相等。



[学情分析]

这是在学生学习了 20 以内的加法之后的一道思考题，解决这道题关键是要分析出中间两个圆内所填的数为重复计算的数，从而题目可以简化成：从 1~6 六个数中去掉两个数后，使剩下的四个数两两搭配和相等。如：去掉 1 和 2，剩下 3、4、5、6，有 3+6=4+5，从而得到一个答案：

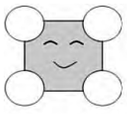


我们在前测中发现，多数学生采用试误的办法，可以“凑”出一两个答案。而按浙教版教材的编排，学生前期是有等距搭配经验的。看来学生急于直接完成任务，而没有去分析数阵的结构，利用知识之间的联系来解决问题。学生善于计算，却不善于推理。

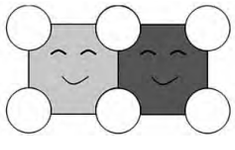
[教学要点]

一、审明题意：感知题目的要求

师（配合课件揭示数阵的构成）：这是一个正方形宝宝，它带来了——四个数；又来了一个正方形宝宝，它也带来了——四个数。



看仔细哦！两个宝宝——



生：拼起来了，中间两个圆圈重叠在一起了！

师：说得真好，这两个圆圈（课件闪烁中间的圆圈）既属于左边的正方形，又属于右边的正方形。好，现在正方形宝宝要考考大家了。（出示：读一读，把 1~6 这六个数填入下面圆圈里，使左边正方形上四个数的和与右边正方形上四个数的和相等）你看懂了吗？

生：蓝色正方形上四个数的和同红色正方形上四个数的和要相等。

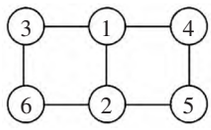
师：好的，请你填一填。

（思考：一年级的小朋友识字量少，解题经验不多，教师有必要帮助他们理解题目的本意。同时教材是静态的，对问题往往是结果式的整体呈现，而所谓的审题正是要去分析和分解题目的要素，这种审题的方法也需要通过教师的示范、引导逐步成为学生的经验）

二、尝试和检验：感悟问题的本质

师：现在请同桌两个相互看一看，你的朋友填对了吗？谁来说说你的同桌是怎么填的，你是怎么检查的？

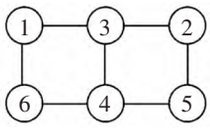
生 1：我的同桌左边填 3 和 6，中间填 1 和 2，右边填 4 和 5。



我算一算，左边=3+6+1+2=12，**右边**=1+2+4+5=12。**他填对了**。

师：**你们觉得呢？表扬这对儿好同桌**。

生 2：**我有个好办法来检查**。**比如我的同桌这样填**（**如下图**），**我只要算** 1+6=2+5 **就可以了**。



师（**故意有点疑惑**）：**他说的是什么意思**？

生 3：**他的办法就是不管中间两个数，只把左边两个数的和与右边两个数的和算出来，看看相不相等就行了**。

师（**更加疑惑**）：**不算中间的，行吗**？

生（**想一想，人数从少到多**）：**可以的，可以的！因为中间两个数既帮左边算，又帮右边算，所以就不用算了**。

师（**配合课件**）：**你们的意思是**：1+6+3+4（**左边**）=2+5+3+4（**右边**），**两边都有** 3 **和** 4，**可以同时去掉，是这样吗**？**刚才的解法** 3+6+1+2=4+5+2+1，**也可以去掉——共同的** 1+2。

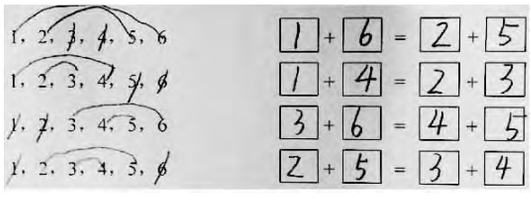
（**思考**：判断答案环节，一方面为进一步理解题目表面意思，另一方面也是挖掘题目内在结构的环节。从四个数的和=四个数的和→两个数的和=两个数的和，学生已能初步感知到本题与等距搭配之间的联系。从考虑六个数的填法到重点考虑中间两个数的填法，转化一触即发）

三、交流与分享：优化学生的思考

师：**经过大家的分析，我们只需要重点考虑中间两个数填几，其他几个数就好确定了。那中间两个数可以填几呢？请大家想一想、写一写。一会儿我们来交流**。

学生尝试后汇报。

第一种方法：



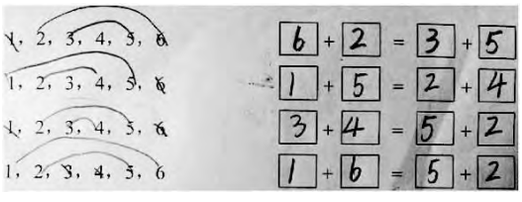
生：**我觉得可以“去头去尾去中间”，先把** 1、2、3、4、5、6 **中间的两个数** 3 **和** 4 **去掉，那么可以肯定最小的** 1 **和最大的** 6 **组成** 7，**第二小的** 2 **和第二大的** 5 **也可以组成** 7；**再把头上的** 1，2 **去掉，剩下** 3、4、5、6，**得** 3+6=4+5；**把尾巴上的** 5、6 **去掉，剩下** 1、2、3、4，**得** 1+4=2+3；**还可以把一头一尾的** 1、6 **去掉，得** 2、3、4、5，2+5=3+4。**我一共得到了四个答案！**

师：**哇，这个小朋友真厉害，他得到了四个答案呢！请问，他是怎样得到这四个答案的？他的法宝是什么**？

生 1：**五个数时，我们“去头去尾去中间”是去掉** 1 **个数；现在是去掉两个连续的数，可以把最小两个数** 1、2 **去掉，也可以把中间的** 3、4 **去掉，还可以把最大的** 5、6 **去掉。最后一种比较厉害，是把最前面的** 1 **和最后面的** 6 **去掉**。

（**思考**：前期已经学过从 5 个数中找出 4 个，两两搭配和相等“□+□=□+□”，学生得到的方法是“去头去尾去中间”：即去头、去尾或去中间的数，剩下的以大配小。本课是从 6 个数中找出 4 个数，学生很快感知到了两者之间可能有联系，并尝试迁移获得了成功。诚如杜威所说，经验是思维的基础。可能也是在这个意义上，我们应进一步领会和践行新课程标准“积累基本活动经验”的要求）

第二种方法：



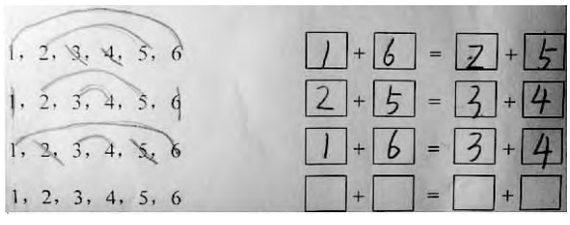
生：**我这样想，既然我们学过** 5 **个数的办法，那就先把** 6 **个数变成** 5 **个。先把最前面的** 1 **去掉，剩下** 2、3、4、5、6——**那么可以“去头去尾去中间”，去掉** 2 **就是** 3+6=4+5；**去掉** 4，**就是** 2+6=3+5；**去掉** 6，**就是** 2+5=3+4。**还可以把尾巴上的** 6 **去掉，剩下** 1、2、3、4、5，**再“去头去尾去中间”，但是有的是重复的，只有一种是新的，就是** 1+5=2+4。

师：**听明白他的想法了吗**？

生 2：**我觉得他也是利用了“去头去尾去中间”。不过他是先把** 6 **个数变成** 5 **个数，再“去头去尾去中间”的。这个方法就是有一点点危险，可能会重复**。

（**思考**：虽然思维借助的经验是相同的，但思维对于经验的处理却是有差异的。也正是在这种地方，学生的自主性和创造性得到了发挥。同时这种将经验相联系，对经验作改造的思考方式将是学生解题的又一宝贵经验）

第三种方法：



生：**我是先想和的。先想和等于** 7，**一共有** 3 **对儿**：1+6、2+5、3+4，**两两组合，就是我的** 3 **个答案了**。

师：**他的办法可以吗？和为什么要等于** 7？**可能等于其他数吗**？

生 3：**可能啊，可能等于任何数**。

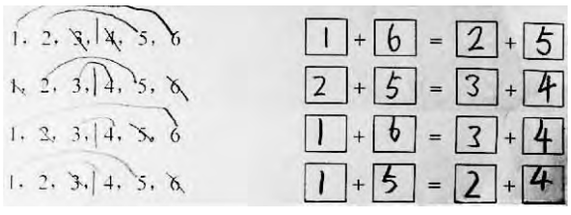
生 4：**不对，只能等于这里能配出来的数**。7 **可以**，8 **可以**，9 **也可以**……

师：能配出来的数？7、8、9？1+2=3，3 **可以吗**？5+6=11，11 **行吗**？

生 5：我觉得最小是 5，2+3=1+4，**最大是** 9，3+6=4+5。

（**思考**：这种方法是先想和，再想对应的数组，显然也是一种合理的方法。为了进一步拓宽学生的思维，教师引导学生讨论了和的范围，使“灵机一动”变为“有序思考”）

第四种方法：



生：我把 6 个数分成两组，1、2、3 **排前面**，4、5、6 **排后面，前面和后面对应地去掉一个数。前面去** 3，**后面去** 4；**前面去** 1，**后面去** 6；**前面去** 2，**后面去** 5；**也可以前面去** 3，**后面去** 6；**还有一种前面去** 1，**后面去** 4。

（**思考**：这种对称的思路是教师没有预设到的。它提示我们：学生思考问题的角度是多元的，只要有足够的探究时间和空间，一部分学生能够打破思维定式，创造性地解决问题。而经常有这样的经历，将有助于学生形成良好的解题信念）

对于类似的思考题，目标不应定位于让学生写出全部的答案，因此也不必急于去概括本题的解题思路究竟是什么。真正的价值可能在于对这个问题，学生不能刻板套用概念或法则来解决，而需要反复审题逐步把握问题的本质，然后调集和改造自己的经验，通过有定向的尝试和反思，逐渐接近答案或找到更多的答案。同时，通过同伴的交流、教师的点拨，不同的方法之间有共性、有对比，经过一段时间的积淀，学生将真正感悟到某些基本的、常用的数学思想方法。正是在思考的过程中，学生锻炼和发展了思维的水平。

（作者单位：浙江杭州市天长小学） C

教育文摘

数学，死去的语言？

◇玛丽莲·柏马德

“请问，25 的算术平方根是多少？”“5！”观众们大声回答。“恭喜，答对了！可我还想多问一句，有多少人是很费了一番脑筋才想出这个答案的？一会儿散场回家时，你是不是得感慨上一句，谢天谢地我还记得 25 的算术平方根是 5，不然可糗大了？”幽默大师加德·艾尔马莱在巡演中数次与观众互动过这个问题，不少观众的“复仇”热情由此被点燃，下决心要再啃一啃数学这块硬骨头，重温一下毕达哥拉斯定理、方程式、质数……21 世纪，一道简简单单的数学题就能把不少成年人难倒，然而具有讽刺意味的是，这些成年人却仍在要求学生们学习那些实际生活中根本用不到的数学定理。数学用处不大，但是还得学，为什么？

1995 年至 2011 年，法国高校数学系的学生数量从 63720 人下降到了 33154 人，同时，数学教师的人数也在大幅减少。我们到底该如何挽救数学呢？2010 年菲尔兹奖得主塞德里克·维拉尼为我们提供了另一种视角：“问题的关键是传授给学生学习的能力，学习新知识就必须具备抽象思维能力。知识本身其实并不重要，绝大多数人都已经记不得他们在学校里学过的东西，这没有关系，因为没有任何一条定理是日常生活必不可少的。”

记得也好，忘记也罢，数学培养人思维的力量始终不可忽视。接受过抽象思维训练的学生吸收新知识、解决问题的能力更强。这种能力不仅是创造力的体现，更是逻辑推理能力的必要准备。让学生学会把问题概念化，习惯于认真思索，这才是数学课的真正目的。数学家的三大美德是想象力、恒心和严谨，而数学更是人脑发展不可或缺的因素。数学是一门古老的、历经千年积累形成的学科，想要越过欧几里得、牛顿、笛卡尔直接接触当代数学完全是空想。但这并不表示数学课堂不能引入某些可以提起学生兴趣的当代案例。把数学与实际应用相结合是数学教学的一种新思路，一种帮助教师提高课堂效率的新思路。

在法国，改革后的数学教学大纲里的确添加了一些新章节，不过教师们大都采取了置之不理的态度。原因之一是将这些新内容纳入授课体系需要花费大量时间和精力，原因之二是教师自身对这些内容也不熟悉。柯纳德·沃尔夫拉姆预言，数学迟早会变成一种“死去的语言”，20 世纪初建立起的数学教学模式时至今日早已显现出了它的力不从心。教师不是神庙的卫士，无需把那些落满灰尘的旧物件一件不落地展示给学生看。离开校园后有谁还用过圆规？关于等腰三角形，早忘记是什么了吧！不过奉劝各位最好还是复习一下，因为说不准哪天孩子放学回来就会和你探讨这个问题。

（**本文选自《海外文摘》2013 年第 8 期，有删改**） J